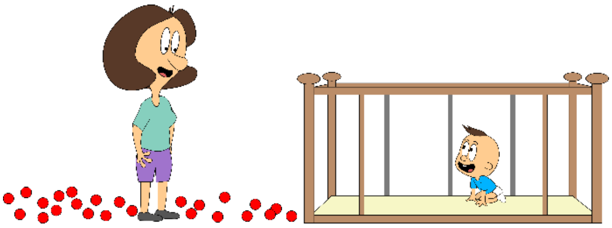
Mama vs. Baby: Wettstreit im Kinderzimmer

Einführung einer mathematischen Betrachtung des Gleichgewichts

„Wettstreit im Kinderzimmer“

Das Konzept des chemischen Gleichgewichts kann man mit Hilfe einer bildhaften[1] Analogie mathematisch betrachten: In einem Kinderzimmer hat ein Baby alle Bälle aus dem Laufstall geworfen.

Nun will die Mutter (M) sie wieder zurück werfen, aber dem Baby (B) gefällt das nicht.



Nehmen wir an, der Raum, den beide „verteidigen“, beträgt jeweils 4m³. Die Mutter ist mit einer großen Reichweite ausgestattet, während das Baby nur ein bisschen krabbeln kann. Sie soll daher doppelt so schnell sein, wie das Baby! Endet der Konflikt damit, dass alle Bälle wieder im Laufstall liegen?

Folgende mathematische Zusammenhänge und Kürzel sollen uns bei der ganzen Betrachtung helfen:

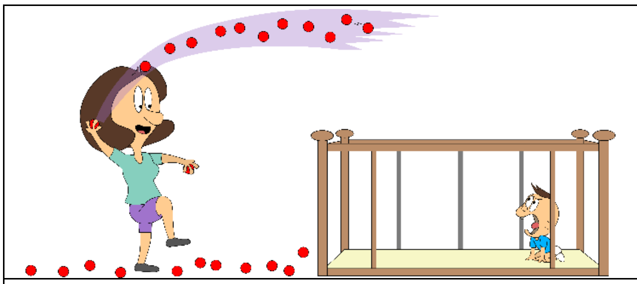
Mutter	Baby
Konzentration der Bälle bei der Mutter: c(Bälle$_M$)	Konzentration der Bälle beim Baby: c(Bälle$_B$)
Geschwindigkeitskonstante: $k_M = 2\frac{m^3}{s}$	Geschwindigkeitskonstante: $k_B = 1\frac{m^3}{s}$
Wurf-Geschwindigkeit: $v_M = k_M \cdot c(\text{Bälle}_M)$	Wurf-Geschwindigkeit: $v_B = k_B \cdot c(\text{Bälle}_B)$

Aufgaben

1. Betrachten Sie die Bildgeschichte in M2. Ergänzen Sie die Bildunterschriften der Phasen 3 und 4 (ggf. im Heft). Diskutieren Sie die Bedeutung der Größen k, c und v unter Beachtung ihrer Einheiten und berechnen Sie die fehlenden Wurf-Geschwindigkeiten.
2. Stellen Sie einen Zusammenhang zum chemischen Gleichgewicht her.
3. Diskutieren Sie, inwiefern man bei Kenntnis der Geschwindigkeitskonstanten k_M und k_B Aussagen über die Konzentration der Bälle auf beiden Seiten im dynamischen Gleichgewicht machen kann.

M2

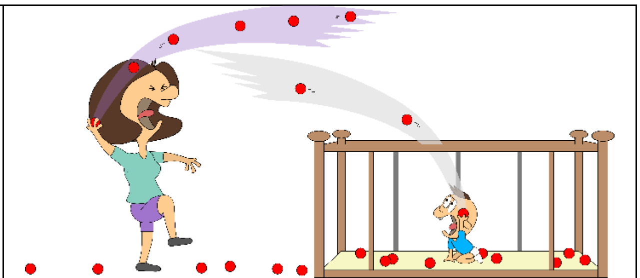
Wettstreit in mehreren Phasen



PHASE 1: Die Mutter wirft erste Bälle zum Baby.

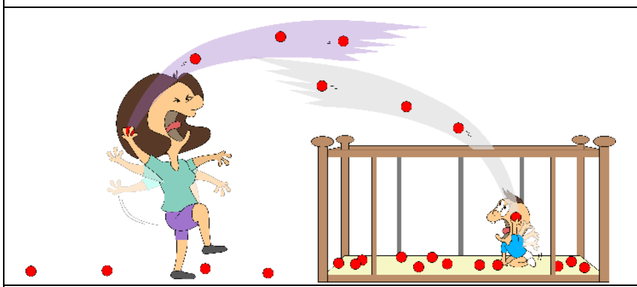
Sie kann mit einer hohen Geschwindigkeit werfen, denn auf ihrer Seite liegen viele Bälle und k_M ist groß.

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{24\ Bälle}{4m^3} = 12\frac{Bälle}{s}$



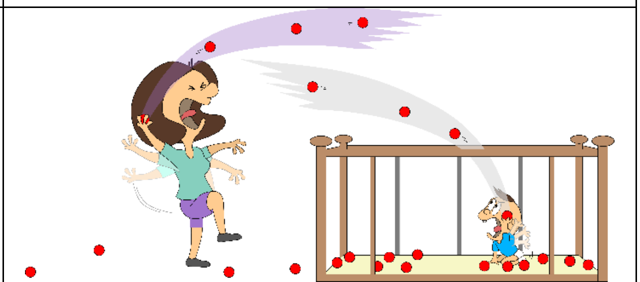
PHASE 2: Das Baby wirft erste Bälle zurück. Die Anzahl der Bälle auf beiden Seiten schon gleich groß, aber die Geschwindigkeit ist weiterhin verschieden:

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{12\ Bälle}{4m^3} = 6\frac{Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{12\ Bälle}{4m^3} = 3\frac{Bälle}{s}$



EINIGE ZEIT SPÄTER - PHASE 3: Nun sind auf der Seite der Mutter noch 8 Bälle,

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{8\ Bälle}{4m^3} = \underline{\quad}\frac{Bälle}{s}$ $v_B = \mathbf{1}\frac{m^3}{s} \cdot \frac{16\ Bälle}{4m^3} = \underline{\quad}\frac{Bälle}{s}$



AM ABEND - PHASE 4:

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\underline{\quad}\ Bälle}{4m^3} = \underline{\quad}\frac{Bälle}{s}$ $v_B = \mathbf{1}\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\underline{\quad}\ Bälle}{4m^3} = \underline{\quad}\frac{Bälle}{s}$

[1] Alle Abb. von D. Weninger, A. Böhm und G. von Borstel, 2018 unter CC-BY-NC-SA. Die Idee basiert auf einer Vorlage von Martin Düker und geht zurück auf den legendären HOLZAPFELKRIEG nach Dickerson R., Geis I., Chemie eine lebendige und anschauliche Einführung, 1. Nachdruck der 1. Auflage, Weinheim 1983, S.321ff.

David Weninger und Gregor von Borstel im Team LNCU für SINUS/QUA-LiS NRW, 2018. Alle Materialien, sofern nicht anders gekennzeichnet, unter CC-BY-SA

Mama vs. Baby: Wettstreit im Kinderzimmer

Einführung einer mathematischen Betrachtung des Gleichgewichts

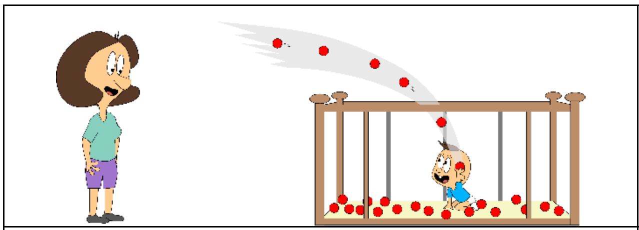
Formel

Es gilt stets $v_{hin} = k_{hin} \cdot c(Edukt)$ und $v_{rück} = k_{rück} \cdot c(Produkt)$

Im chemischen Gleichgewicht gilt : $v_{hin} = v_{rück}$ und somit $k_{hin} \cdot c(Edukt) = k_{rück} \cdot c(Produkt)$ oder

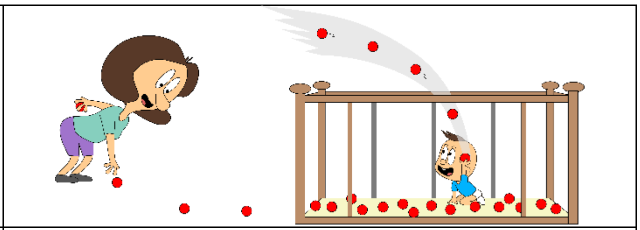
$$\frac{k_{hin}}{k_{rück}} = \frac{c(Produkt)}{c(Edukt)}$$

M3 **Was wäre, wenn anfangs alle Bälle beim Baby sind?**



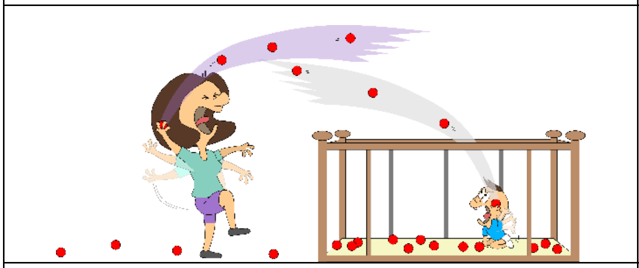
PHASE 1: Alle Bälle sind beim Baby. Es kann mit folgender Geschwindigkeit werfen.

$v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{24\ Bälle}{4m^3} = 6\ \frac{Bälle}{s}$



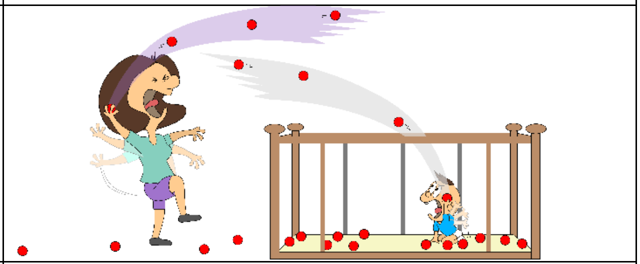
PHASE 2: Die Mutter hat nun auch Bälle.

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{4\ Bälle}{4m^3} = 2\ \frac{Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{20\ Bälle}{4m^3} = 5\ \frac{Bälle}{s}$



ETWAS SPÄTER - PHASE 3: Beide werfen.

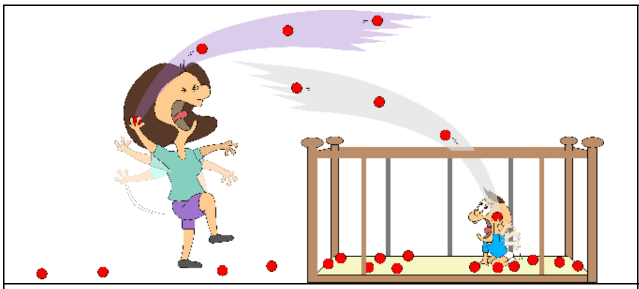
$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$



STUNDEN SPÄTER - PHASE 4:

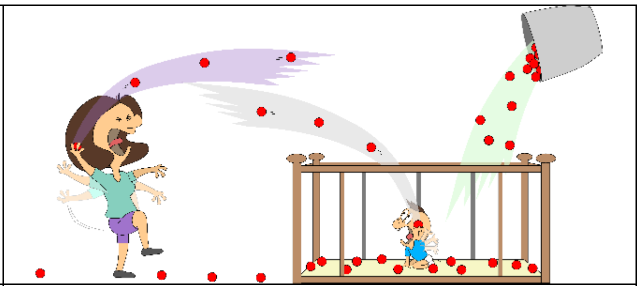
$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$

M4 **Was wäre, wenn jemand zusätzliche Bälle „reinkippt"?**

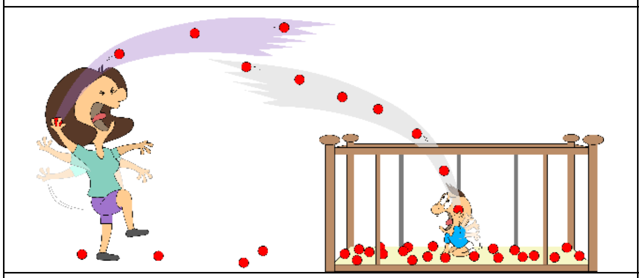


PHASE 1: Ein Gleichgewicht ist erreicht.

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{8\ Bälle}{4m^3} ==4\ \frac{Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{16\ Bälle}{4m^3} == 4\frac{Bälle}{s}$

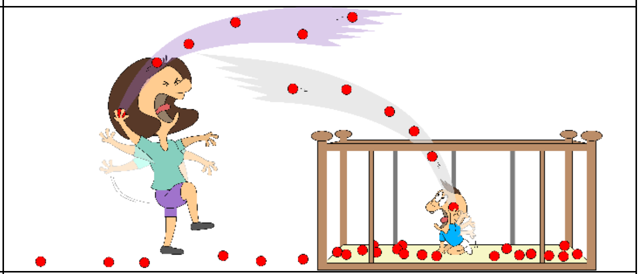


PHASE 2: Das Gleichgewicht wird kurzfristig gestört, indem beim Baby 12 Bälle hinzu kommen.



... DIREKT DANACH - PHASE 3:

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{28\ Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$



... EINIGE ZEIT SPÄTER - PHASE 4:

$v_M = 2\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$ $v_B = 1\frac{m^3}{s} \cdot \frac{\quad Bälle}{4m^3} = \frac{\quad Bälle}{s}$

David Weninger und Gregor von Borstel im Team LNCU für SINUS/QUA-LiS NRW, 2018. Alle Materialien, sofern nicht anders gekennzeichnet, unter CC-BY-SA